

ANÀLISI DE PERFILS

per M. DE RENZI ¹, J. SERRA KIEL ² i C. CUADRAS ³

1) Departament de Paleontologia de la Universitat de Barcelona

2) Departament d'Estratigrafia de la Universitat de Barcelona

3) Seminari Matemàtic de la Universitat de Barcelona

INTRODUCCIÓ

L'anàlisi de perfils és un procediment molt interessant quan es tracta de comparar els tipus de gràfics dels quals parlarem a continuació. Moltes vegades s'ha de decidir si dos o més gràfics se'ls pot considerar coincidents o no i sovint aquesta decisió es pren arbitràriament; aleshores hom diu que hi ha equivalència o coincidència si ambdós gràfics presenten lleus diferències i, en canvi, no hi haurà coincidència si les diferències són fortes. Ara bé, el límit entre fort i lleu és totalment arbitrari i la qüestió de si una diferència forta o una diferència lleu es poden prendre com a significatives, es deixa totalment de banda.

Els naturalistes empren freqüentment gràfics i els comparen, i de la comparació surten conseqüències —d'ordre biològic o geològic— que poden ser incorrectes si les decisions es prenen arbitràriament. Només els procediments estadístics ens poden guiar a una elecció correcta quan se'ns presenten problemes de la naturalesa que acabem d'esmentar.

Els tipus de gràfics a comparar, mitjançant l'anàlisi de perfils, és el següent: tenim h poblacions, i a cada una definim una variable aleatòria X_i ($p \times 1$) multinormal $N(\mu_i, \Sigma)$ amb $i = 1, 2, \dots, h$. De cadascuna obtenim una mostra d'extensió N_i i estimem la μ_i corresponent mitjançant el vector de mitjanes aritmètiques X_i . Si aleshores posem sobre uns eixos de coordenades les components de X_i com a abscisses igualment espaiades, i les mitges aritmètiques com a ordenades, a cada component li correspondrà una mitjana i obtindrem un punt; si unim tots aquests punts amb una línia trencada tindrem el perfil de les mitjanes de la població i -ésima. Això ens ho mostra la figura 1 i és ara quan estem en condicions de comparar els perfils corresponents de les h poblacions.

D'acord amb MORRISON (1967), el primer problema serà el de saber si els perfils són paral·lels o no. Si no ho són, podem concloure que

$$\vec{\mu}_1 \neq \vec{\mu}_2 \neq \dots \neq \vec{\mu}_h$$

Si hi ha paral·lisme, 2) pot ser que els perfils coincideixin o no. Donat el paral·lisme, provar que la suma d'esperances desconegudes de les components del perfil de cada població és igual per a totes les poblacions. Si coincideixen, la conseqüència és

$$\vec{\mu}_1 = \vec{\mu}_2 = \dots = \vec{\mu}_h$$

i la no-coincidència s'interpretaria com una transformació proporcional d'un vector en un altre

$$\vec{\mu}_i = k \vec{\mu}_j$$

Per últim, 3) si hi ha paral·lisme podem plantejar encara la hipòtesi d'igualtat de components dins de cada perfil.

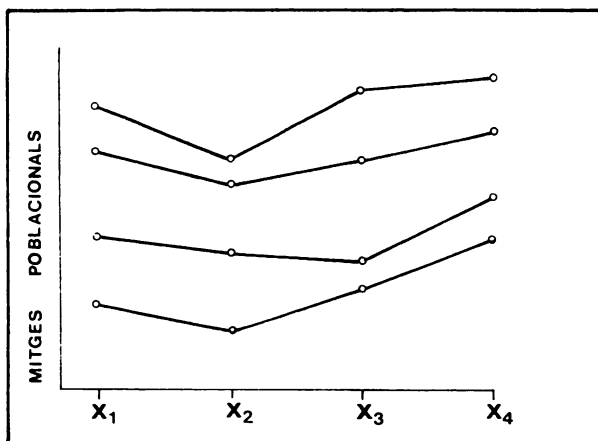


FIG. 1. — Exemple de perfils corresponents a quatre poblacions

Com es pot veure, es requereix provar primer la igualtat de matrius de covariància a partir de les estimacions mostrals. Les tres proves d'hipòtesis referides a l'anàlisi de perfils pròpiament dita, són casos particulars d'anàlisi multivariable de la variança i es troben descrits a MORRISON (1967) o a RAO (1973). Per a la prova d'aquestes hipòtesis, CUADRAS ha

fet ús dels programes CANG i CANP (CANON modificat) per ell desenvolupats (CUADRAS, CAMPA i MONTORIOL, 1972).

Comparar dos perfils, en definitiva, és visualitzar dos o més punts (cada punt un perfil) d'un espai p-dimensional. Aleshores, l'anàlisi de perfils pot tractar-se pels procediments de l'anàlisi canònica; en el nostre cas

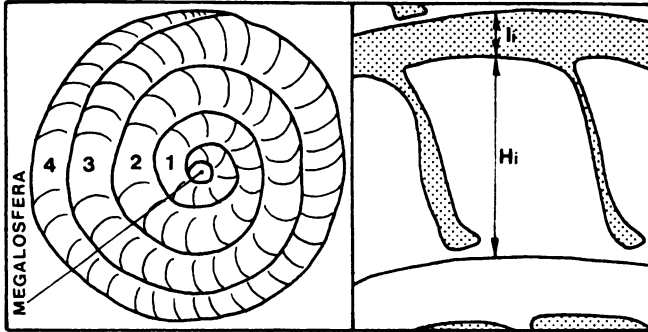


FIG. 2. — Esquema de les mesures preses en els *Nummulites*.
FIG. 3. — Perfils de quatre poblacions de *Nummulites* de la Plana de Vic

concret, les tres hipòtesis a provar poden tenir una representació canònica adequada. En particular, la prova 2) de *coincidència o superposició* equivaldrà a una anàlisi canònica de poblacions amb la representació corresponent. Les altres proves 1) i 3) requereixen la formació de noves variables aleatòries, combinacions lineals de les primitives, les quals seran també multinormals i susceptibles de noves representacions canòniques (CUADRAS, 1973).

APLICACIÓ DE L'ANÀLISI DE PERFILS A L'ESTUDI SISTEMÀTIC DELS *Nummulites* DE LA PLANA DE VIC

Un mètode clàssic introduït per SCHAUB per a la sistemàtica i per a la filogènia dels *Nummulites* és l'estudi quantitatiu de l'ontogènia dels caràcters interns. Els *Nummulites* són animals que posseeixen una conquilla que creix sota un patró espiral i hom pren convencionalment cada volta com un estat de creixement. SCHAUB fa ús dels *Spirendiagram*, però REGUANT i CLAVELL (*in litt.*) fan una modificació i utilitzen una mesura d'alçada de cambra (H_i) a cada volta d'espira, junt amb una mesura del corresponent gruix de la corda marginal (e_i), tal com representem a la figura 2.

Aquests autors fan correspondre a cada volta H_1 i $H_1 + e_1$, i cada població queda representada per un doble perfil de les mitjanes d'ambdues magnituds per volta d'espira. Dos de nosaltres (DE RENZI i SERRA) hem introduït una petita modificació en aquest sistema: En abscisses posem, consecutivament, H_1 , e_1 , H_2 , e_2 , etc. Així obtenim gràfiques de perfils com la representada a la figura 3 i objecte de la nostra aplicació. A la figura 3 comparem, per anàlisi de perfils, quatre poblacions que es superposen en el temps amb evidència estratigràfica; les quatre procedeixen de la Plana de Vic i han estat atribuïdes a quatre unitats taxonòmiques diferents (REGUANT i CLAVELL, 1967) i són

(YSA)	<i>Nummulites</i>	<i>crusafonti</i>	REGUANT et CLAVELL
(YNP)	—	<i>puigsecensis</i>	REGUANT et CLAVELL
(Y 64-5)	—	<i>biedai</i>	SCHAUB
(Y 64-18)	—	<i>biedai complanatus</i>	REGUANT et CLAVELL

Es tractava de comparar els perfils corresponents a les cinc primeres voltes d'espira, el que comporta l'ús de 10 variables, com hom pot veure a la figura 3. Les mitjanes vénen representades pels vèrtex de les trenca-des dels perfils. La matriu de co-variances comunes estimada —prèvia prova d'homogeneïtat— és

	H_1	e_1	H_2	e_2	H_3	e_3	H_4	e_4	H_5	e_5
10 ⁻⁴ x	41.231	0.34191	8.0414	-0.50389	-0.63302	-1.5269	0.40190	2.6257	8.2602	-0.26300
		4.5629	-2.0423	1.6095	-0.67240	-0.096762	0.70494	0.054557	0.13839	0.87900
			31.948	0.57943	4.2030	2.4014	1.0239	2.1470	0.54872	1.6820
				6.0012	0.0058927	1.3870	-0.45853	0.70070	-1.0765	0.96383
					27.345	2.0465	3.5788	0.30740	2.1386	-1.4159
						8.8896	0.46174	1.3789	-0.24141	1.4823
							29.886	-1.3773	4.3075	-3.8836
								6.2935	0.68978	2.0128
									41.276	-4.6820
										12.720

La hipòtesi de paral·lisme s'acompleix per a les dues primeres poblacions (YSA i YNP), per separat de les altres dues (Y 64-5 i Y 64-18), però ambdós grups no són paral·lels entre ells. D'aquesta manera separem, per caràcters interns, dos grups de poblacions.

La prova de super-posició dels grups parcials no té tanta potència com quan tots els grups són paral·lels; aleshores, un de nosaltres (CUADRAS) ha fet una prova simultània i s'ha pogut veure que a les dues primeres poblacions (YSA i YNP) era més segur diferenciar llurs perfils paral·lels que a les dues darreres (Y 64-5 i Y 64-18). Per tant, provisionalment creiem que les dues primeres són diferenciables per l'ontogènia dels caràcters interns (mancaria analitzar mostres més extenses) mentre que

les altres dues no ho són. No obstant això, les quatre poblacions serien diferenciables estadísticament per altres caràcters, la qual cosa no expossem aquí perquè no ve al cas.

De tot això en podem treure algunes conclusions provisionals: la diferenciació estadística de tres de les quatre entitats taxonòmiques (YSA, YNP i Y 64-5) pels seus perfils, però no de les dues darreres (Y 64-5 i Y 64-18).

També hom podria pensar que mentre les poblacions no estan gaire separades en el temps, les magnituds internes es modifiquen totes proporcionalment, de manera que els perfils resulten separats i també paral·lels (YSA junt amb YNP), però que si estan massa properes en el temps (el cas de Y 64-5 i Y 64-18) primer es produeix un augment total de la grandària externa i de la megalosfera, però el perfil roman immodificat.

Si les poblacions estan molt separades en el temps, el cas concret estudiat sembla mostrar una modificació dels perfils, que perden paral·lisme, així com també sembla haver-hi una tendència evolutiva a l'augment de les magnituds utilitzades per a la construcció del perfil.

BIBLIOGRAFIA

1. CUADRAS, C.: (1973). Análisis estadístico multivariante y representación canónica de funciones estimables. *Tesi doctoral*, 130 pp. Barcelona.
2. CUADRAS, C.; CAMPA, J. A. i MONTORIOL, J.: (1972). El programa CANON para IBM-360. *Acta Geol. Hispánica*, VII(1): 26-28.
3. MORRISON, D. F.: (1967). Multivariate statistical methods. *McGraw Hill Book Co. (Series in Probability and Statistics)*, XIII + 388 pp.
4. RAO, C. R.: (1973). Linear statistical inference and its applications. *John Wiley and Sons*, 2nd edition. 522 pp. New York.
5. REGUANT, S. i CLAVELL, E.: (1967). Descripción de algunos *Nummulites* afines al *N. perforatus* del Eoceno de Vic (Barcelona, *Notas y Comens. Inst. Geol. y Min. de España*, n.º 101-102, pp. 41-56, 4 lám. i 6 fig.
6. REGUANT, S. i CLAVELL, E. (*in litt.*): Contribución al conocimiento del valor estratigráfico de las *Assilina* (aplicación al Eoceno de San Vicente de la Barquera, Santander, España).

DISCUSSIÓ

J. WAGENSBERG

Es podria comparar la importància relativa del creixement i de la diferenciació.

RENZI

Això es podria aplicar a la ontogènia.

MARGALEF

L'estudi biomètric dels copèpodes s'inicià de manera semblant, per Kozminski, en la dècada dels anys 20. Feia moltes mesures a cada població i comparava els conjunts de mesures, o perfils. Com que les mesures estan correlacionades, en l'augmentar el nombre de variables es reforça la diferència. Aquest mètode en certs casos resultava en atribuir diferències significants a generacions successives. És millor acceptar d'entrada la correlació entre diferents mesures dintre el marc de l'alometria i acceptar provisionalment com significatius solament els canvis en coeficients d'alometria o en conjunts de coeficients d'alometria. Aquest és el problema amb què s'ha encarat Tecla Riera. Penso que seria interessant aplicar aquesta experiència al cas presentat pels foraminífers. En particular, el paral·lisme dels perfils podria ser millorat usant una transformació adient que tingués compte de l'allometria (per exemple, la transformació logarítmica de les dades inicials). Pregunto si es té idea de la velocitat de creixement, per si els canvis estacionals de temperatura o d'altres factors es poguessin reflectir en variacions, aparentment irregulars, de l'amplada de les espines. També si aquests foraminífers són perforats i si s'ha pensat d'utilitzar la densitat de perforacions com estima independent de factors ambientals, tal com s'ha fet en espècies actuals.

RENZI

En el cas que hem estudiat, les H i les e no estan correlacionades i les H de les diferents voltes tenen correlacions molt baixes.

MARGALEF

¿Quant temps triguen a fer una volta els equivalents actuals dels *Nummulites*?

RENZI

No se sap gaire.

FLÓS

Es podrien aplicar a cada paràmetre els mètodes d'anàlisi de sèries temporals i comparar els espectres.

CUADRAS

En aquest cas, la variació depèn del temps, però a l'anàlisi considerem els perfils de cada població que es comparen sense tenir en compte el temps.

MARGALEF

Poden comptar-se els foradets de la conquilla per unitat de superfície?

RENZI

És difícil; moltes vegades estan obliterats.

MARGALEF

Valdria la pena d'estudiar-ho.